

การศึกษาคุณสมบัติเทอร์โมอิเล็กทริกของทรานซิสเตอร์อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยวชนิดโลหะด้วยวิธีควอนตัมมอนติคาร์โล

THE STUDY OF THERMOELECTRIC PROPERTIES OF THE METALLIC SINGLE ELECTRON TRANSISTOR USING QUANTUM MONTE CARLO METHOD

ประธาน ศรีวิลัย^{1*}, เฉลิมวงศ์ ดอกประทุม²
Prathan Srivilai^{1*}, Chalermwong Dokpratoom²

¹หน่วยวิจัยฟิสิกส์ทฤษฎีสารควบแน่น ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

¹Theoretical Condensed Matter Physics Research Unit, Department of Physics, Faculty of Science, Mahasarakham University.

²คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

²Faculty of Science, Mahasarakham University.

*Corresponding author, e-mail: prathansrivilai27@gmail.com

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ได้คำนวณกำลังความร้อนของทรานซิสเตอร์อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยวในช่วงการทะลุผ่านแบบแข็งแกร่ง (Strong Tunneling) ด้วยวิธีการควอนตัมมอนติคาร์โล พร้อมทั้งเปรียบเทียบผลการคำนวณที่ได้จากวิธีการควอนตัมมอนติคาร์โลกับผลการคำนวณที่ได้จากทฤษฎีการรบกวนในกรณีพารามิเตอร์แสดงความสามารถของการทะลุผ่าน $g \leq 1$ ผลการคำนวณจากวิธีการควอนตัมมอนติคาร์โลมีค่าสอดคล้องกับผลการคำนวณจากทฤษฎีการรบกวนลำดับที่สอง แต่ในกรณีพารามิเตอร์ $g = 1$ ผลการคำนวณของทั้งสองวิธีมีค่าแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ดังนั้น งานวิจัยนี้ได้นำเสนอวิธีการอธิบายคุณสมบัติเทอร์โมอิเล็กทริกของทรานซิสเตอร์อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยวตลอดทุกช่วงของการเกิดปรากฏการณ์การทะลุผ่าน

คำสำคัญ: กำลังความร้อน ปรากฏการณ์การทะลุผ่าน วิธีการควอนตัมมอนติคาร์โล

Abstract

We calculated the thermopower of the single electron transistor for a region of strong tunneling using the quantum Monte Carlo method. Moreover, the quantum Monte Carlo results were compared with results obtained from 2nd order perturbation theory. In the case of the strength tunneling parameter being $g \leq 1$, the Monte Carlo results agreed with the perturbation results. However, for $g = 1$ the Monte Carlo results were significantly different from the perturbation results. Therefore, we proposed this method to describe the thermoelectric properties of the single electron transistor for all tunneling regimes.

Keywords: Thermopower, Tunneling Phenomena, Quantum Monte Carlo Method

บทนำ

ในปัจจุบันนักวิทยาศาสตร์สามารถสร้างอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ให้มีขนาดเล็กในระดับนาโนเมตร ซึ่งการลดขนาดในระดับดังกล่าวส่งผลให้พฤติกรรมทางไฟฟ้าของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์มีความหลากหลายมากยิ่งขึ้น [1-3] อุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ที่กำลังได้รับความสนใจอย่างกว้างขวางประเภทหนึ่ง คือ อุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยว (Single Electron Devices) [1-6] เนื่องจากสามารถควบคุมให้อิเล็กตรอนเคลื่อนที่ได้ทีละหนึ่งตัว และสามารถประยุกต์ใช้งานได้อย่างหลากหลาย [1-6]

ในปี ค.ศ. 1991 ลาฟารกและคณะ [7] ได้ประดิษฐ์กล่องอิเล็กตรอนเดี่ยว (Single Electron Box) ที่ทำจากอะลูมิเนียมเพื่อศึกษาปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ (Coulomb Blockade Effect) ซึ่งเป็นปัจจัยสำคัญในการอธิบายพฤติกรรมทางไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในกล่องอิเล็กตรอนเดี่ยว งานวิจัยดังกล่าวได้เป็นจุดเริ่มต้นในการพัฒนาอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยว ต่อมาในปี ค.ศ. 2002 วอลลิเชอร์ และคณะ [8] ได้ทำการศึกษาทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยว (Single Electron Transistor) ซึ่งเป็นอุปกรณ์ที่มีความซับซ้อนมากกว่ากล่องอิเล็กตรอนเดี่ยว กล่าวคือ ทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยวประกอบด้วยเกาะโลหะหนึ่งเกาะและรอยต่อของการทะลุผ่านสองรอยต่อคั่นอยู่ระหว่างเกาะโลหะและขั้วไฟฟ้าทั้งสอง นอกจากนี้ ระบบดังกล่าวยังประกอบด้วยขั้วเกต (Gate Electrode) ทำหน้าที่ควบคุมจำนวนอิเล็กตรอนภายในเกาะโลหะ ในการอธิบายการส่งผ่านอิเล็กตรอนและปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ที่เกิดขึ้นของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยว วอลลิเชอร์และคณะได้ศึกษาค่าความนำไฟฟ้าของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยวจากผลการทดลองและผลการคำนวณด้วยวิธีการควอนตัมมอนติคาร์โล พบว่าผลการคำนวณที่ได้จากวิธีการควอนตัมมอนติคาร์โลสามารถอธิบายผล

การทดลองได้ถูกต้อง ทั้งในการเกิดการเกิดปรากฏการณ์การทะลุผ่านแบบแข็งและแบบอ่อน (Strong and Weak Tunneling Effect)

นอกจากนี้ คุณสมบัติทางเทอร์โมอิเล็กตริกของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยวก็ได้รับความสนใจอย่างกว้างขวาง [9-19] โดยในงานวิจัยของคูบาลา (Kubala) และโคนิก (König) [9] ได้ศึกษาคุณสมบัติเทอร์โมอิเล็กตริกของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยวโดยใช้ทฤษฎีการรบกวน (Perturbation Theory) เพื่อคำนวณกำลังความร้อน (Thermopower) ของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยว ซึ่งปริมาณดังกล่าวเป็นอัตราส่วนระหว่างความนำความร้อนต่อความนำไฟฟ้าของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยว จากผลการคำนวณพบว่าในช่วงที่เกิดปรากฏการณ์การทะลุผ่านแบบอ่อน กำลังความร้อนมีการแกว่งกวัดขึ้นอยู่กับแรงดันไฟฟ้าขั้วเกต แต่ในช่วงการเกิดปรากฏการณ์การทะลุผ่านแบบแข็ง งานวิจัยของคูบาลาและโคนิกไม่สามารถคำนวณกำลังความร้อนของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยวได้ เนื่องจากทฤษฎีการรบกวนสามารถอธิบายการส่งผ่านของอิเล็กตรอนได้เฉพาะในกรณีที่เกิดปรากฏการณ์การทะลุผ่านแบบอ่อนเท่านั้น [9-11]

ดังนั้น เพื่อศึกษาคุณสมบัติเทอร์โมอิเล็กตริกของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยวให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น ในงานวิจัยนี้จึงได้คำนวณกำลังความร้อนของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยว ในช่วงของปรากฏการณ์การทะลุผ่านแบบแข็ง ซึ่งต้องอาศัยการคำนวณความนำไฟฟ้าของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยวด้วยวิธีการควอนตัมมอนติคาร์โล และการแก้ปัญหาแบบผกผัน (Inverse Problem) [20] โดยวิธีการคำนวณดังกล่าวจะทำให้สามารถอธิบายคุณสมบัติทางเทอร์โมอิเล็กตริกของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยวได้ทุกช่วงของการเกิดปรากฏการณ์การทะลุผ่าน

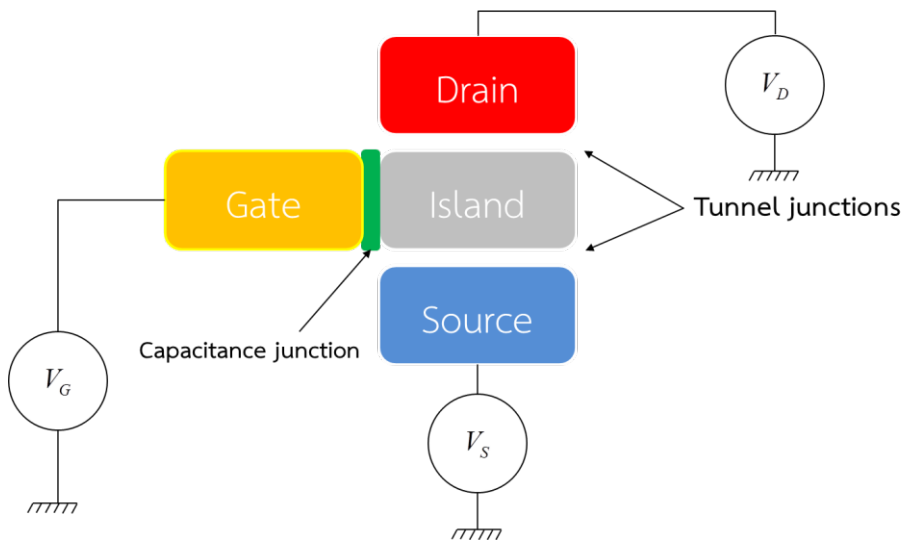
วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อคำนวณกำลังความร้อนของทรานซิสเตอร์อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยว ในช่วงของการทะลุผ่านแบบแข็ง
2. เพื่อศึกษาผลปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ที่มีผลต่อค่ากำลังความร้อนของทรานซิสเตอร์อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยวในช่วงของการทะลุผ่านแบบแข็ง

วิธีดำเนินการวิจัย

1. กำลังความร้อนของทรานซิสเตอร์อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยว

พิจารณาโครงสร้างของทรานซิสเตอร์อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยวดังภาพที่ 1 ซึ่งประกอบด้วยเกาะโลหะ (Island) หนึ่งเกาะที่คั่นกลางอยู่ระหว่างขั้วซอร์ส (Source) และขั้วเดรน (Drain) โดยที่ขั้วซอร์สมีความต่างศักย์ไฟฟ้าเป็น V_S อุณหภูมิ T_S และขั้วเดรนมีความต่างศักย์ไฟฟ้าเป็น V_D อุณหภูมิ T_D ตามลำดับ



ภาพที่ 1 แบบจำลองของทรานซิสเตอร์อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยว ซึ่งประกอบด้วยเกาะโลหะหนึ่งเกาะ ขั้วซอร์สและขั้วเดรน โดยขั้วเกตทำหน้าที่ควบคุมการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอน

กระแสไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในระบบสามารถคำนวณได้ตามสมการ

$$I = G_V V_E + G_T \Delta T \quad (1)$$

เมื่อ G_V เป็นความนำไฟฟ้า V_E เป็นความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างขั้วซอร์สกับขั้วเดรน กล่าวคือ $V_E = V_S - V_D$ สำหรับ G_T เป็นความนำความร้อน และ $\Delta T = T_S - T_D$ เป็นความแตกต่างของอุณหภูมิระหว่างขั้วซอร์สและขั้วเดรน พิจารณาเมื่อระบบเข้าสู่สภาวะสมดุล (Thermal Equilibrium) กล่าวคือ $I = 0$ สมการ สามารถเขียนใหม่ได้เป็น [9-11]

$$\frac{G_T}{G_V} = - \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{V_E}{\Delta T} \bigg|_{I=0} \equiv S \quad (2)$$

โดยนิยามให้อัตราส่วนระหว่างความนำความร้อนต่อความนำไฟฟ้าที่ระบบเข้าสู่สภาวะสมดุลเรียกว่า กำลังความร้อน S เพื่อความสะดวกในการคำนวณเชิงตัวเลข ปริมาณดังกล่าวสามารถเขียนใหม่ได้เป็น [9-10]

$$S\left(\frac{e}{k_B}\right) = \frac{-g_T}{g_V} \quad (3)$$

เมื่อ $g_T = -G_T e / (G_{cl} k_B)$ เป็นความนำความร้อนที่ไม่มีหน่วย และ $g_V = G_V / G_{cl}$ โดยที่ $G_{cl} = (R_S + R_D)^{-1}$ เป็นความนำไฟฟ้าของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยวที่อุณหภูมิสูง เมื่อ R_S และ R_D เป็นความต้านทานของรอยต่อของขั้วซอร์สและขั้วเดรน k_B เป็นค่าคงที่โบลท์ซมันน์ (Boltzmann's Constant) และ e เป็นขนาดของประจุอิเล็กตรอน ในกรณีของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยว g_T สามารถคำนวณได้จากสมการ [9-10]

$$g_T = -\frac{e}{k_B} \frac{G_T}{G_{cl}} = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{(\beta\omega/2)^2}{\sinh \beta\omega} C(\omega) \quad (4)$$

เมื่อ $\beta = 1/(k_B T)$ โดยที่ T เป็นอุณหภูมิของระบบ $C(\omega)$ เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นของสเปกตรัล (Spectral Density Function) เมื่อ ω เป็นความถี่ที่เขียนอยู่ในหน่วยของพลังงาน โดยในที่นี้กำหนดให้ $\hbar = 1$ และ g_V เป็นความนำไฟฟ้าแบบไม่มีหน่วยที่ขึ้นกับอุณหภูมิสามารถคำนวณได้ตามสมการ [9-10]

$$g_V = \frac{G_V}{G_{cl}} = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{\beta\omega/2}{\sinh \beta\omega} C(\omega) \quad (5)$$

ในการคำนวณกำลังความร้อนของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยวตามสมการ จำเป็นต้องคำนวณค่าความนำความร้อนและค่าความนำไฟฟ้าตามสมการ (4) และ (5) ซึ่งขึ้นอยู่กับฟังก์ชันความหนาแน่นของสเปกตรัล โดยค่าดังกล่าวสามารถคำนวณโดยการประมาณจากทฤษฎีการรบกวน ดังรายละเอียดในเอกสารอ้างอิง [9-10] แต่ในงานวิจัยนี้จะนำเสนอวิธีการคำนวณความนำไฟฟ้าจากทฤษฎีการตอบสนองเชิงเส้น (Linear Response Theory) โดยใช้วิธีการคอนตัมมอนติคาร์โล ซึ่งได้ประยุกต์วิธีการคำนวณปริมาณดังกล่าวจากเอกสารอ้างอิง [20-21] ดังมีรายละเอียดต่อไปนี้

2. การคำนวณความนำไฟฟ้าของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยวด้วยวิธีการคอนตัมมอนติคาร์โล

จากทฤษฎีการตอบสนองเชิงเส้น ความนำไฟฟ้าของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยวสามารถคำนวณได้ตามสมการ [20-21]

$$G_V = \frac{\beta E_C G_{cl}}{2\pi} \int_0^{\infty} d\omega \frac{\omega^2}{\cosh(\beta E_C \omega) - 1} A^s(\omega) \quad (6)$$

เมื่อ $E_C = e^2 / 2C_\Sigma$ เป็นพลังงานการเพิ่มประจุ (Charging Energy) โดยที่ $C_\Sigma = C_G + C_S + C_D$ เป็นผลรวมของตัวเก็บประจุที่มองออกจากเกาะโลหะ และ $A^s(\omega)$ เป็นสเปกตรัมฟังก์ชันแบบสมมาตร (Symmetric Spectral Function) ซึ่งสามารถคำนวณได้ตามสมการ

$$A(\tau) = \int_0^\infty d\omega \frac{\omega \cosh\left(\left[\frac{\beta E_C}{2} - \tau\right]\omega\right)}{2\pi \sinh\left(\frac{\beta E_C}{2}\omega\right)} A^s(\omega) \quad (7)$$

โดยที่ $A(\tau)$ เป็นออโตคอร์เรเลชันฟังก์ชัน (Auto-Correlation Function) และ t เป็นเวลาในจินตภาพ (Imaginary Time) กล่าวคือ $t = it$ ออโตคอร์เรเลชันฟังก์ชันสามารถคำนวณได้ตามสมการ

$$A(\tau) = \frac{1}{Z} \sum_k \int_{\varphi(0)=0}^{\varphi(\beta E_C)=2\pi k} D\varphi \cos(\varphi(\tau) - \varphi(0)) e^{-S[\varphi(\tau)]} \quad (8)$$

เมื่อ Z เป็นฟังก์ชันแบ่งส่วน (Partition Function) ของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยวสามารถเขียนในรูปฟังก์ชันนัลอินทิกรัล (Functional Integral) ได้ตามสมการ

$$Z = \sum_k \int_{\varphi(0)}^{\varphi(\beta E_C)=2\pi k} D\varphi e^{-S[\varphi(\tau)]} \quad (9)$$

โดยที่ $\varphi(\tau)$ เป็นตัวแปรเฟส (Phase Variable) ซึ่งเป็นสังยุค (Conjugate) ของตัวดำเนินการของจำนวนอิเล็กตรอน \hat{n} บนเกาะโลหะ กล่าวคือ $[\hat{n}, \hat{\varphi}] = 1$ และกำหนดให้สัญลักษณ์

$$\int_{\varphi(0)}^{\varphi(\beta E_C)=2\pi k} D\varphi \equiv \lim_{N \rightarrow \infty} \int_{\varphi^N(0)}^{\varphi^{N-1}(\beta E_C)=2\pi k} D\varphi^{N-1} \dots \int_{\varphi^1(0)}^{\varphi^{N-1}(\beta E_C)=2\pi k} D\varphi^1 \quad (10)$$

เมื่อ k เป็นตัวเลขไว้งัด (Winding Number) และ $S[\varphi(\tau)] = S_C[\varphi(\tau)] + S_T[\varphi(\tau)]$ เป็นกริยา (Action) ของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยว ซึ่งประกอบด้วยกริยาคุลอมบ์ (Coulomb Action; $S_C[\varphi(\tau)]$) เป็นไปตามสมการ

$$S_T[\varphi(\tau)] = -g \int_0^{\beta E_C} d\tau \int_0^{\beta E_C} d\tau' \alpha(\tau - \tau') \cos(\varphi(\tau) - \varphi(\tau')) \quad (11)$$

โดยที่ $n_G = V_G C_G / e$ และกริยาการทะลุผ่าน (Tunneling Action; $S_T[\varphi(\tau)]$) เป็นไปตามสมการ

$$S_T[\varphi(\tau)] = -g \int_0^{\beta E_C} d\tau \int_0^{\beta E_C} d\tau' \alpha(\tau - \tau') \cos(\varphi(\tau) - \varphi(\tau')) \quad (12)$$

เมื่อ $g = G_d / G_Q$ เป็นความนำไฟฟ้าแบบไม่มีหน่วยของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยวที่อุณหภูมิสูง ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่แสดงความสามารถของการเกิดปรากฏการณ์การทะลุผ่าน (Strength Tunneling Phenomena) เมื่อ $G_Q = e^2 / h$ เป็นความนำไฟฟ้าควอนตัม โดยที่ h เป็นค่าคงที่ของพลังค์ (Planck's Constant) [20] และเคอร์เนลการทะลุผ่าน (Tunneling Kernel) เป็นไปตามสมการ

$$\alpha(\tau - \tau') = \frac{1}{4(\beta E_C)^2 \sin^2\left(\frac{\pi}{\beta E_C}(\tau - \tau')\right)} \quad (13)$$

สมการ (7) แสดงถึงความสัมพันธ์ของออโตคอร์รีเลชันฟังก์ชันกับสเปกตรัมฟังก์ชันแบบสมมาตร ซึ่งเป็นผลของการแปลงฟูเรียร์ (Fourier Transform) ระหว่างสองฟังก์ชัน และในสมการ (8) พบว่า ออโตคอร์รีเลชันฟังก์ชัน $A(\tau)$ ไม่สามารถคำนวณได้โดยตรง เนื่องจากไม่สามารถจัดพจน์ของการคำนวณปริพันธ์ให้อยู่ในรูปการคำนวณปริพันธ์แบบเกาส์เซียน (Gaussian Integral) ดังนั้น ในงานวิจัยนี้จึงใช้วิธีการควอนตัมมอนติคาร์โลในการคำนวณค่าออโตคอร์รีเลชันฟังก์ชันในสมการ (8) จากนั้นนำค่าออโตคอร์รีเลชันฟังก์ชันไปคำนวณค่าสเปกตรัมฟังก์ชันแบบสมมาตรตามสมการ (7) ด้วยวิธีซิงกูลาร์วาลูดีคอมโพสิชัน (Singular Value Decomposition) [20] ซึ่งเป็นวิธีการหนึ่งที่นิยมใช้ในการหาผลเฉลยปัญหาแบบผกผัน (Inverse Problem) จากนั้นนำค่าสเปกตรัมฟังก์ชันไปแทนในสมการ (6) ก็จะได้ค่าความนำไฟฟ้าของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยวเมื่อนำค่าความนำไฟฟ้าตามสมการ (6) และความนำความร้อนของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยวตามสมการ (4) แทนลงในสมการ (3) จะได้ค่ากำลังความร้อนของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยว ซึ่งผลการวิจัย จะได้แสดงในหัวข้อต่อไป

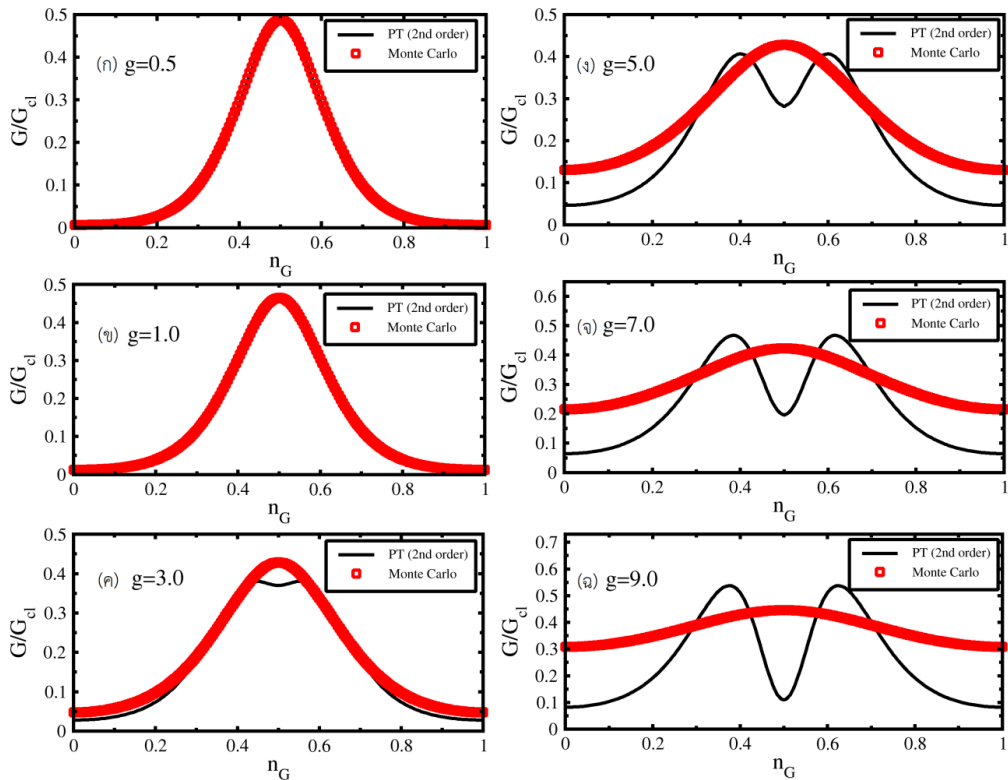
ผลการวิจัย

1. ความนำไฟฟ้าของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยว

ในลำดับแรก เพื่อตรวจสอบผลการคำนวณเบื้องต้น งานวิจัยนี้ได้เปรียบเทียบผลการคำนวณความนำไฟฟ้าของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยวที่ได้จากวิธีการควอนตัมมอนติคาร์โลและทฤษฎีการรบกวนลำดับที่สอง ดังแสดงในภาพที่ 2 ซึ่งสามารถแบ่งการพิจารณาออกได้เป็นสองกรณีดังต่อไปนี้ ในกรณีของพารามิเตอร์ $g \leq 1$ ค่าความนำไฟฟ้าของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยวที่ได้จากทั้งสองวิธีมีค่าใกล้เคียงกันแสดงดังในภาพที่ 2 (ก) และ (ข) ดังนั้น สามารถกล่าวได้ว่า ในช่วงการทะลุผ่านแบบอ่อน ผลการคำนวณทั้งสองวิธีให้ผลเช่นเดียวกัน แต่อย่างไรก็ตาม ในภาพที่ 2 (ค) (ง) (จ) และ (ฉ) ซึ่งเป็นกรณีของการทะลุผ่านแบบแข็ง พบว่า ผลการเปรียบเทียบค่าความนำไฟฟ้าของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยวที่คำนวณได้จากทั้งสองวิธีมีค่าแตกต่างกันอย่างชัดเจน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของวอลลิเชอร์ และคณะ [8] ที่ได้แสดงให้เห็นว่า ทฤษฎีการรบกวนไม่สามารถอธิบายผลการทดลองในกรณีที่พารามิเตอร์ $g \gg 1$ แต่วิธีการควอนตัมมอนติคาร์โลสามารถอธิบายผลการทดลองได้

ตลอดทุกช่วงของพารามิเตอร์ g ผลการคำนวณความนำไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงไปนี้จะส่งผลโดยตรง

ต่อค่ากำลังความร้อนของทรานซิสเตอร์อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยว ซึ่งรายละเอียดได้แสดงดังต่อไปนี้



ภาพที่ 2 ความนำไฟฟ้าของทรานซิสเตอร์อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยวที่ $\beta E_C = 10.0$ ซึ่งคำนวณจากวิธีการคอนตัมมอนติคาร์โล (\square) และทฤษฎีการรบกวนลำดับที่สอง (-) เมื่อ (ก) พารามิเตอร์ $g = 0.5$ (ข) $g = 1.0$ (ค) $g = 3.0$ (ง) $g = 5.0$ (จ) $g = 7.0$ และ (ฉ) $g = 9.0$ ตามลำดับ

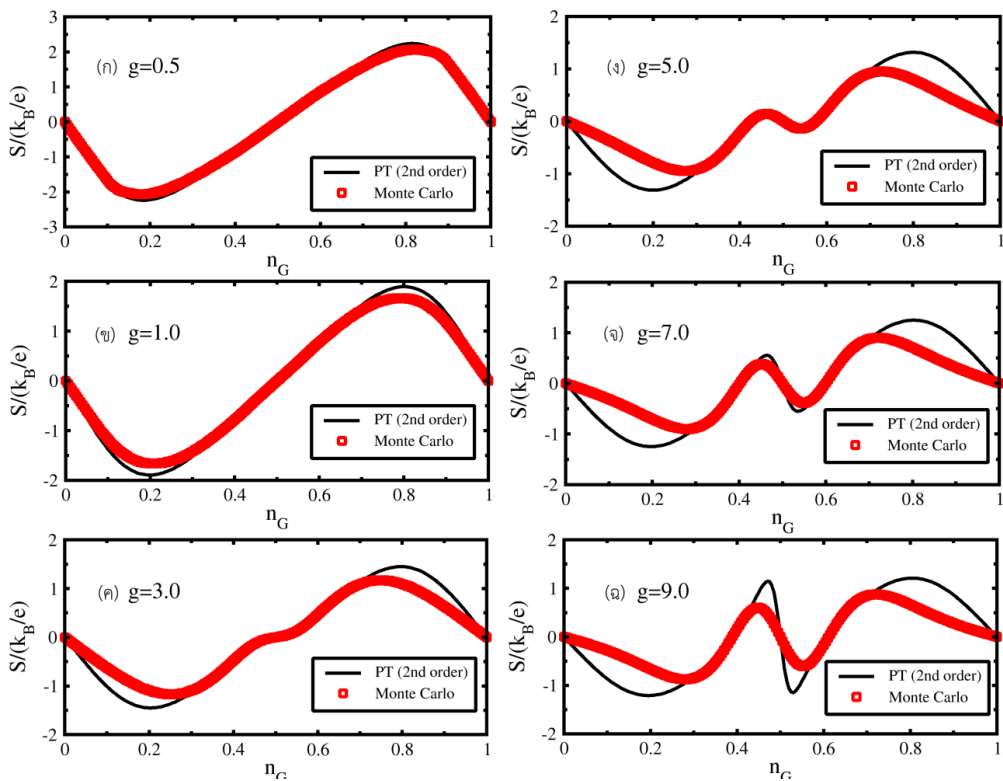
2. กำลังความร้อนของทรานซิสเตอร์อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยว

เมื่อนำค่าความนำไฟฟ้าของทรานซิสเตอร์อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยวที่คำนวณได้จากวิธีการคอนตัมมอนติคาร์โลตามสมการ (6) ไปแทนลงในสมการ (3) พบว่า ค่ากำลังความร้อนของทรานซิสเตอร์อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยวขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ g และ βE_C จากภาพที่ 3 ที่ได้แสดงกำลังความร้อนในกรณีนี้ที่พารามิเตอร์ g มีค่าแตกต่างกัน พบว่า ค่ากำลังความร้อนของทรานซิสเตอร์

อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยวขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ n_G และสามารถเป็นได้ทั้งค่าลบและค่าบวก ซึ่งเป็นผลเนื่องมาจากชนิดของพาหะข้างมาก (Majority Carrier) ของระบบ กล่าวคือ เมื่อกำลังความร้อนมีค่าเป็นลบแสดงว่าชนิดของพาหะข้างมากที่ถูกส่งผ่านระบบ คือ อิเล็กตรอน แต่เมื่อกำลังความร้อนมีค่าเป็นบวก ชนิดของพาหะข้างมากที่ถูกส่งผ่านระบบ คือ โฮล นอกจากนี้ ในกรณีของพารามิเตอร์ $g < 1$ ค่ากำลังความร้อนของทรานซิสเตอร์อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยวที่คำนวณได้จาก

วิธีการคอนตัมมอนติคาร์โลมีค่าใกล้เคียงกับการคำนวณที่ได้จากทฤษฎีการรบกวนลำดับที่สอง แสดงได้ดังภาพที่ 3 (ก) และ (ข) ตามลำดับ ซึ่งสามารถกล่าวได้ว่า ในช่วงการทะลุผ่านแบบอ่อน วิธีการคำนวณทั้งสองสามารถคำนวณค่ากำลังความร้อนของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยวได้ผลเช่นเดียวกัน แต่ในกรณีของพารามิเตอร์ $g > 1$ จากผลการเปรียบเทียบพบว่า ทั้งสองวิธีมีค่าแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ เนื่องจากทฤษฎีการรบกวนเป็นผลที่ได้จากการประมาณใน

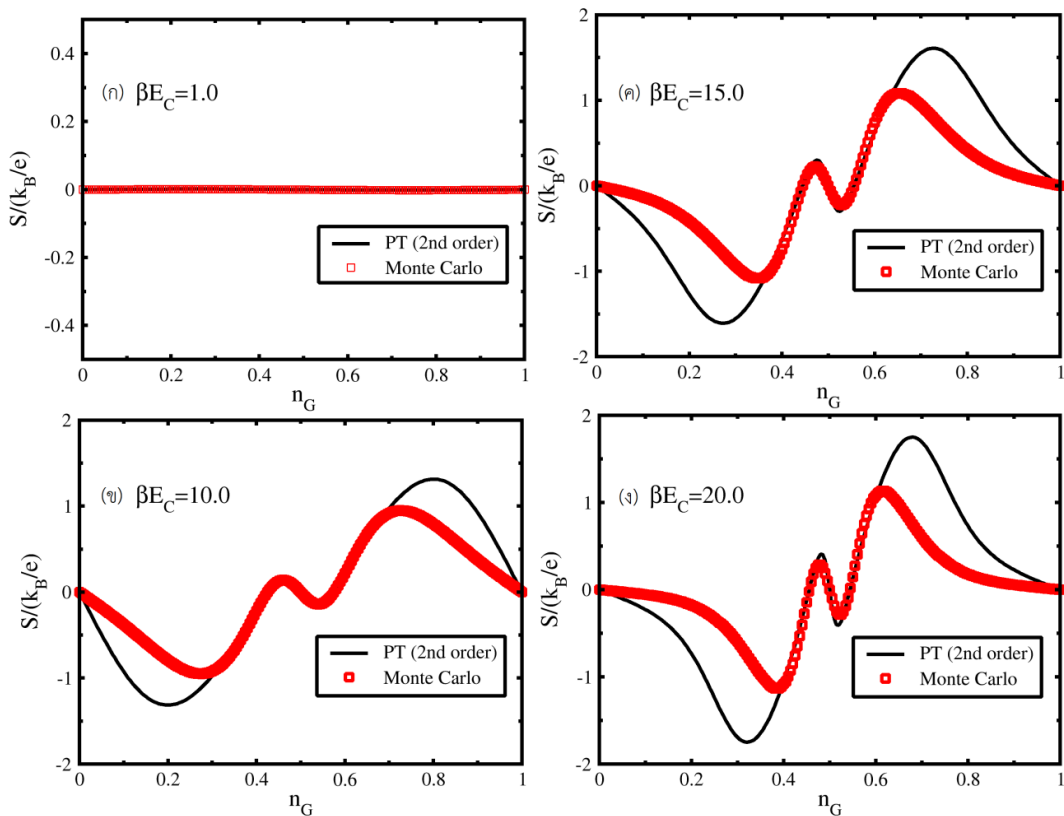
ลิมิตที่ g มีค่าน้อยกว่าหนึ่ง กล่าวคือ มีขอบเขตในช่วงการทะลุผ่านแบบอ่อน แสดงได้ดังภาพที่ 3 (ค) (ง) (จ) และ (ฉ) ตามลำดับ และเมื่อพารามิเตอร์ g มีค่าเพิ่มขึ้น ค่าของกำลังความร้อนของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยวมีค่าลดลง ซึ่งลักษณะดังกล่าวเกิดจากพารามิเตอร์ g ส่งผลอย่างเด่นชัดต่อการเกิดปรากฏการณ์การทะลุผ่าน ด้วยเหตุผลนี้ พารามิเตอร์ g จึงเป็นพารามิเตอร์ที่ใช้แสดงความแรงของการทะลุผ่าน (Strength Tunneling)



ภาพที่ 3 กำลังความร้อนของทรานซิสเตอร์อิเล็กตรอนเดี่ยวที่อุณหภูมิ $\beta E_C = 10.0$ ซึ่งคำนวณจากวิธีการคอนตัมมอนติคาร์โล (\square) และทฤษฎีการรบกวนลำดับที่สอง (-) เมื่อ (ก) พารามิเตอร์ $g = 0.5$ (ข) $g = 1.0$ (ค) $g = 3.0$ (ง) $g = 5.0$ (จ) $g = 7.0$ และ (ฉ) $g = 9.0$ ตามลำดับ

จากภาพที่ 4 แสดงผลการคำนวณกำลังความร้อนในช่วงการเกิดปรากฏการณ์การทะลุผ่านแบบแข็งที่อุณหภูมิมีค่าแตกต่างกัน พบว่าเมื่อ $\beta E_C = 1$ กำลังความร้อนที่ได้จากการคำนวณทั้งสองวิธีมีค่าเท่ากัน กล่าวคือ มีค่าเท่ากับศูนย์ และกำลังความร้อนมีค่าไม่ขึ้นกับแรงดันไฟฟ้าขั้วเกต แสดงว่าภายใต้เงื่อนไขดังกล่าวตามภาพที่ 4 (ก) ไม่มีปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์เกิดขึ้นในระบบ แต่เมื่อ $\beta E_C \gg 1$ กำลังความร้อนมีค่าขึ้นกับแรงดันไฟฟ้าขั้วเกตอย่างเด่นชัด และค่ากำลังความร้อนที่ได้จากการคำนวณ

ทั้งสองวิธีมีค่าแตกต่างกันอย่างชัดเจน นอกจากนี้กำลังความร้อนมีความสมมาตรรอบจุด $n_G = 0.5$ เนื่องจากจุดดังกล่าวเป็นตำแหน่งการเปลี่ยนชนิดของพาหะข้างมากที่เกิดการส่งผ่านในระบบ และเมื่อ βE_C มีค่าเพิ่มขึ้น ขนาดของกำลังความร้อนของทรานซิสเตอร์อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยวมีค่าเพิ่มขึ้นตามไปด้วย ซึ่งลักษณะดังกล่าวเกิดจากเมื่ออุณหภูมิมีค่าลดลงจะส่งผลให้ค่าความนำไฟฟ้าของทรานซิสเตอร์อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยวมีค่าลดลง ทำให้ค่ากำลังความร้อนมีค่าเพิ่มขึ้น



ภาพที่ 4 กำลังความร้อนของทรานซิสเตอร์อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยวที่พารามิเตอร์ $g = 5.0$ ซึ่งคำนวณจากวิธีการควอนตัมมอน-ติคาร์โล (\square) และทฤษฎีการรบกวนลำดับที่สอง (-) เมื่อ (ก) $\beta E_C = 1.0$ (ข) $\beta E_C = 10.0$ (ค) $\beta E_C = 15.0$ และ (ง) $\beta E_C = 20.0$ ตามลำดับ

สรุปและอภิปรายผล

จากผลการคำนวณกำลังความร้อนของทรานซิสเตอร์อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยวด้วยวิธีการควอนตัมมอนติคาร์โลสามารถสรุปผลการคำนวณได้ดังต่อไปนี้ ในกรณีของการทะลุผ่านแบบอ่อน กล่าวคือ $g \leq 1$ ผลการคำนวณกำลังความร้อนที่ได้จากวิธีการควอนตัมมอนติคาร์โลมีค่าใกล้เคียงกับค่าที่คำนวณได้จากทฤษฎีการรบกวนลำดับสอง แต่ในกรณีของช่วงการทะลุผ่านแบบแข็ง กล่าวคือ $g > 1$ ค่าของกำลังความร้อนที่คำนวณได้จากวิธีการควอนตัมมอนติคาร์โลมีค่าแตกต่างจากการคำนวณที่ได้จากทฤษฎีการรบกวนลำดับที่สองอย่างมีนัยสำคัญ เนื่องจากทฤษฎีการรบกวนอธิบายได้เฉพาะในกรณีของการทะลุผ่านแบบอ่อน นอกจากนี้ ในช่วงการเกิดปรากฏการณ์การทะลุผ่านแบบแข็ง พบว่าเมื่อ $\beta E_C = 1$ กำลังความร้อนของทรานซิสเตอร์อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยวมีค่าไม่ขึ้นกับแรงดันไฟฟ้าขั้วเกต แต่เมื่อ $\beta E_C \gg 1$ กำลังความร้อนมีค่าขึ้นกับแรงดันไฟฟ้าขั้วเกต ซึ่งน่าจะเกิดเนื่องจากปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ นอกจากนี้ เมื่อ βE_C มีค่าเพิ่มขึ้น ขนาดของกำลังความร้อนของทรานซิสเตอร์อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยวมีค่าเพิ่มขึ้นจากผลการคำนวณค่ากำลังความร้อนของ

ทรานซิสเตอร์อิเล็กทรอนิกส์เดี่ยวสามารถนำผลการคำนวณดังกล่าว ไปใช้อธิบายการเกิดปรากฏการณ์ขัดขวางแบบคูลอมบ์ได้ กล่าวคือ ค่ากำลังความร้อนมีค่าเป็นศูนย์ที่ตำแหน่ง $n_G = 0$ ซึ่งเป็นผลเนื่องมาจากระดับศักย์ไฟฟ้าเคมี (Chemical Potential) ของขั้วไฟฟ้ากับระดับพลังงานที่ว่างบนเกาะโลหะมีค่ามากกว่าพลังงานการเพิ่มประจุ ทำให้ไม่เกิดการส่งผ่านประจุ แต่เมื่อแรงดันไฟฟ้าขั้วเกตมีค่าเพิ่มขึ้น กล่าวคือ $0 < n_G < 0.5$ ระดับพลังงานที่ว่างบนเกาะโลหะจะมีค่าลดต่ำลงและเข้าใกล้ระดับศักย์ไฟฟ้าเคมีของขั้วไฟฟ้า ทำให้อิเล็กทรอนิกส์สามารถทะลุผ่านระบบได้มากขึ้นโดยลำดับ และเมื่อ $n_G = 0.5$ กำลังความร้อนจะมีค่าเป็นศูนย์ ซึ่งเป็นผลเนื่องมาจาก ระดับพลังงานที่ว่างบนเกาะโลหะมีค่าเท่ากับระดับศักย์ไฟฟ้าเคมีของขั้วไฟฟ้า ทำให้อิเล็กทรอนิกส์และโฮลมีโอกาสแพร่เข้าและออกจากระบบได้เท่ากัน แต่เมื่อ $0.5 < n_G < 1$ ค่ากำลังความร้อนมีค่าเป็นบวก ซึ่งเป็นผลเนื่องมาจากระดับพลังงานที่ว่างบนเกาะโลหะมีค่าต่ำกว่าระดับศักย์ไฟฟ้าเคมีของขั้วไฟฟ้า ทำให้โฮลกลายเป็นพาหะข้างมากที่เกิดการทะลุผ่านส่งผลให้กำลังความร้อนมีค่าเป็นบวก

เอกสารอ้างอิง

- [1] Grabert, H.; and Devoret M. (1992). *Single Charge Tunneling*. New York: Plenum Press.
- [2] Selberherr S. (2001). *Computational Microelectronics*. New York: Springer-Verlag Wien.
- [3] Tero, T. (2013). *The Physics of Nanoelectronics Transport and Fluctuation Phenomena at Low Temperatures*. United Kingdom: Oxford.
- [4] Fulton, T. A.; and G. J. Dolan. (1987). Observation of Single-Electron Charging Effects in Small Tunnel Junctions. *Phys. Rev. Lett.* 59(1): 109-112.
- [5] Kakade, S. (2012). Supersensitive Electrometer and Electrostatic Data Storage using Single Electron Transistor. *International Journal of Electronics and Communication Engineering*. 591-596.

- [6] Likharev, K. (1999). Single-Electron Devices and Their Applications. *Proceedings of the IEEE*. 87(4): 606-632.
- [7] Lafarge, P., Pothier, H., Williams, E., Esteve, D., Urbina, C.; and Devoret, M. (1991). Direct Observation of Macroscopic Charge Quantization. *Zeitschrift fur Physik B Condensed Matter*. 85(3): 327-332.
- [8] Wallisser, C., Limbach, B., Stein, P.V, Schäfer, R., Theis, C., Göppert, G.; and Grabert, H. (2002). Conductance of the Single-Electron Transistor: a Comparison of Experimental Data with Monte Carlo Calculations. *Physical Review B*. 66(12): 1-8.
- [9] Kubala, Björn.; and Jürgen König. (2006). Quantum-Fluctuation Effects on the Thermopower of a Single-Electron Transistor. *Physical Review B*. 19(73): 195316.
- [10] Kubala, Björn, Jürgen König.; and Jukka Pekola. (2008). Violation of the Wiedemann-Franz Law in a Single-Electron Transistor. *Physics. Review. Letters*. 6(100): 066801.
- [11] Matveev, K. A.; and A. V. Andreev. (2002). Thermopower of a Single-Electron Transistor in the Regime of Strong Inelastic Cotunneling. *Physical Review B*. 4(66): 045301.
- [12] Hicks, L. D.; and M. S. Dresselhaus. (1993). Effect of Quantum-Well Structures on the Thermoelectric Figure of Merit. *Physical Review B*. 19(47): 12727-12731.
- [13] Ramos, E.; et al. (2014). The Thermoelectric Figure of Merit for the Single Electron Transistor. *International Journal of Thermal Sciences*. (86): 387-393.
- [14] Xu, Wei-Ping; et al. (2016). Thermoelectric Effects in Triple Quantum Dots Coupled to a Normal and a Superconducting Leads. *Physics Letters A*. 8(380): 958-964.
- [15] Dóra, Ballázs. (2006). Wiedemann-Franz Law in the SU(N) Wolff Model. *Physical Review B*. 16(74).
- [16] Vineis, Christopher J.; et al. (2010). Nanostructured Thermoelectrics: Big Efficiency Gains from Small Features. *Advanced Materials*. 36(22): 3970-3980.
- [17] Chi, Feng; et al. (2011). Thermoelectric Effect in a Serial Two-Quantum-Dot. *Physics Letters A*. 10(375): 1352-1356.
- [18] Patton, Bruce R. (2001). Solid State Physics: *Physics Today*. 10(54): 70-72.
- [19] Tauc J. (1954). Theory of Thermoelectric Power in Semiconductors. *Physics. Review*. 6(95): 1394-1394.
- [20] Christoph Theis. (2004). *Conductance of Single Electron Devices from Imaginary-Time Path Integrals*. Dissertation, Ph.D. (Mathematics and Physics). Freiburg: Albert Ludwigs University Freiburg.
- [21] Metropolis N.; and Ulam S. (1949). The Monte Carlo Method. *Journal of the American Statistical Association*. 44(247): 335-341.